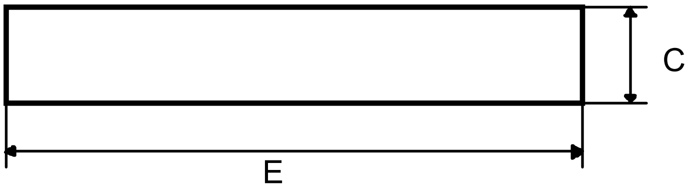
L'ALLONGEMENT

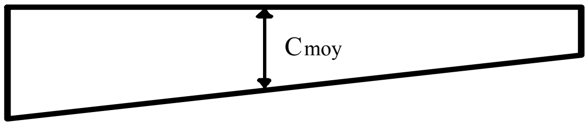
Définition :

L'allongement λ est facile à définir sur une aile rectangulaire : c'est le rapport de l'envergure E sur la corde C :



$$\lambda = \frac{E}{C}$$

Pour une aile trapézoïdale, c'est le rapport de l'envergure E sur la corde moyenne C_{moy}



$$\lambda = \frac{E}{C_{moy}}$$

Pour une aile Δ on ne peut pas le définir de cette façon; on le définit comme étant le rapport du carré de l'envergure par la surface de l'aile :

$$\lambda = \frac{E}{C} = \frac{E}{E} x \frac{E}{C} = \frac{E^2}{S}$$

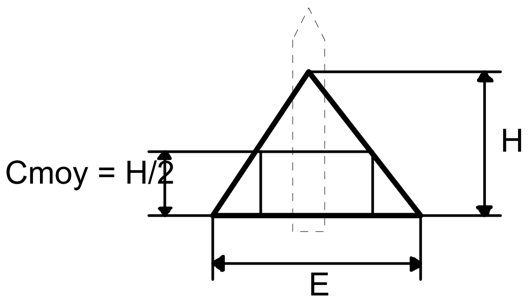
$$\lambda = \frac{E^2}{S}$$

Remarques :

- Pour la surface S on tient aussi compte de la partie de l'aile cachée par le fuselage.
- La surface alaire exclut les surfaces des gouvernes de profondeur car celles-ci ne portent pas, elles stabilisent.

De plus, cette formule est valable pour toutes les formes d'ailes, réciproquement, on peut définir la corde moyenne comme le rapport $\frac{E}{\lambda} = \frac{E.S}{E^2} = \frac{S}{E}$, ce qui permet de la situer, cela peut être utile par la suite (par exemple pour centre l'appareil; en effet, le centrage doit s'effectuer en connaissance du centre de poussée qui est sur cette corde moyenne).

Exemple :



$$\lambda = \frac{E^2}{E.\frac{H}{2}} = \frac{2E}{H}$$

$$C_{moy} = \frac{S}{E} = \frac{E.\frac{H}{2}}{E} = \frac{H}{2}$$

Lors de l'écoulement de l'air autour d'une aile, dont l'angle d'attaque est α, il se produit autour du profil, par l'effet de la viscosité, une circulation qui donne naissance à une force perpendiculaire à l'écoulement libre et appelée portance.

Pour une aile d'envergure E, la circulation et donc la portance varient le long de cette aile; d'après la loi de Prandtl, la force de tourbillon totale est constante et l'on en déduit que des lignes de tourbillons s'écartent de l'aile; celle-ci se dirigent vers l'arrière et rejoignent les lignes d'écoulement derrière l'aile; elles provoquent un champ de vitesse incliné vers le bas. De ce fait, l'aile rencontre l'écoulement sous un angle qui diffère de l'angle d'attaque géométriquement, la différence étant appelée angle induit. Cet angle se calcule à partie de la formule :

$$\boxed{\alpha_i = 57{,}3\,\frac{Cz}{\pi.\lambda} \quad \text{(en degrés)}}$$

La force élévatrice s'incline vers l'arrière en donnant naissance à une composante dirigée dans le sens de l'écoulement; celle-ci, équivalente à une traînée (traînée induite) s'ajoute à celle existant déjà (même dans un écoulement sans frottements). La traînée induite se calcule simplement :

$$\boxed{Rx_i = Cx_i.S.\rho.\frac{V^2}{2}}$$

$$\text{avec } Cx_i = \frac{Cz^2}{\pi.\lambda}\text{; avec } \lambda = \frac{E^2}{S}$$

On voit donc que lorsque l'allongement augmente, la traînée diminue; c'est pourquoi les planeurs modernes grandeurs ont un allongement important (de l'ordre de 20 à 30) afin de diminuer la traînée induite.

En modélisme, le problème est différent; en effet nos planeurs évoluant à des Re proches du Rec (Re critique) au dessous duquel les caractéristiques des profils chutent en catastrophe. Si, pour une envergure donnée, on augmente l'allongement (donc on diminue les cordes) pour obtenir une traînée induite plus faible, on risque de faire évoluer dans un Re subcritique avec toutes les conséquences néfastes que cela implique; de toute façon, lorsqu'on augmente λ même si l'on atteint pas Rec, nos planeurs évoluent dans des plages de Re plus faible, ce qui réduira les performances des profils.

Ainsi, un gain de traînée induite résultant d'un accroissement de l'allongement pourra être annulé par l'augmentation de la traînée provoquée par la diminution de Re, par la réduction de la corde. On peut calculer l'influence de ces deux phénomènes d'effets opposés pour savoir s'il est utile ou non d'augmenter l'allongement, et trouver l'allongement optimum.

Exemple :

E 61, planeur de 2 m d'envergure.

Admettons que l'on veuille faire travailler ce profil à finesse max.

On ne change pas la vitesse de vol que l'on fixe à 6 m/s (on la suppose constante).

On peut tracer $Cx_i = f(\lambda)$ puis $Cx = f(\lambda)$, puis la courbe $Cx_i + Cx = f(\lambda)$ dont le minimum nous donnera l'allongement idéal.

$$\lambda_1 = 5{,}5 \Rightarrow Re = 68\,000.V.\frac{E}{\lambda}$$
$$\Rightarrow Re = 68\,000.6.\frac{2}{5{,}5}$$
$$\Rightarrow Re = 148\,363 \quad \Rightarrow Cz = 1{,}23 \quad \Rightarrow Cx = 0{,}015$$

$$\lambda_2 = 10 \Rightarrow Re = 68\,000.6.\frac{2}{10}$$
$$\Rightarrow Re = 81\,600 \quad \Rightarrow Cz = 1{,}31 \quad \Rightarrow Cx = 0{,}022$$

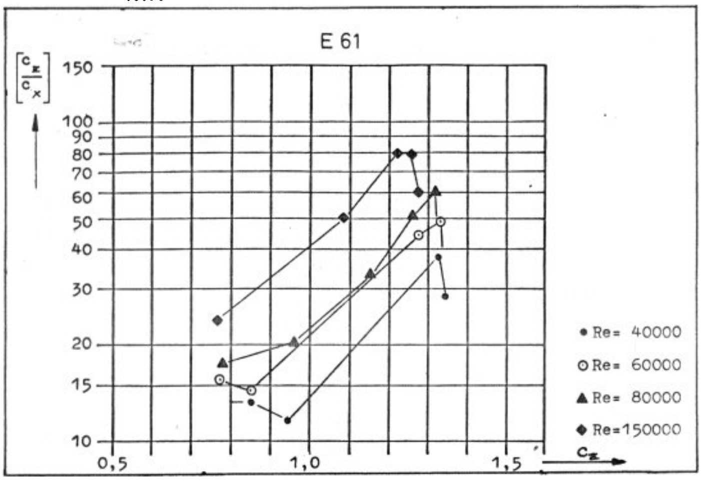
$$\lambda_1 = 5{,}5 \Rightarrow Re = 68\,000.6.\frac{2}{14}$$
$$\Rightarrow Re = 58\,285 \quad \Rightarrow Cz = 1{,}33 \quad \Rightarrow Cx = 0{,}027$$

$$\lambda_1 = 5{,}5 \Rightarrow Re = 68\,000.6.\frac{2}{20}$$
$$\Rightarrow Re = 40\,800 \quad \Rightarrow Cz = 1{,}32 \quad \Rightarrow Cx = 0{,}035$$

Commentaires :

A partir du Re on se reporte sur la courbe $\left[\frac{Cz}{Cx}\right]$ = f (Cz) où on lit le Cz à finesse max., puis on calcule le Cx à partir du $\frac{Cz}{Cx}$.

On utilise enfin la formule $Cx_i = \frac{Cz^2}{\pi.\lambda}$ pour calculer le Cx_i .



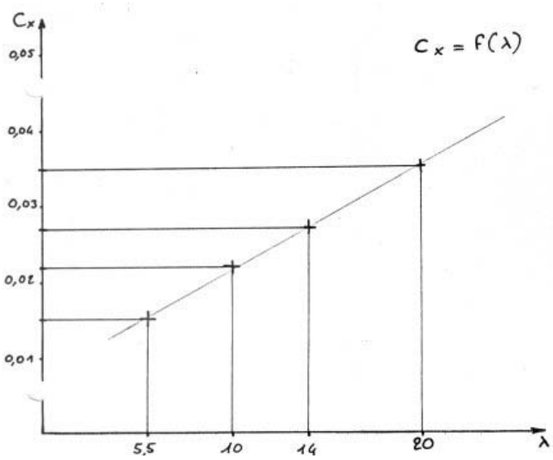
Calcul des Cx_i :

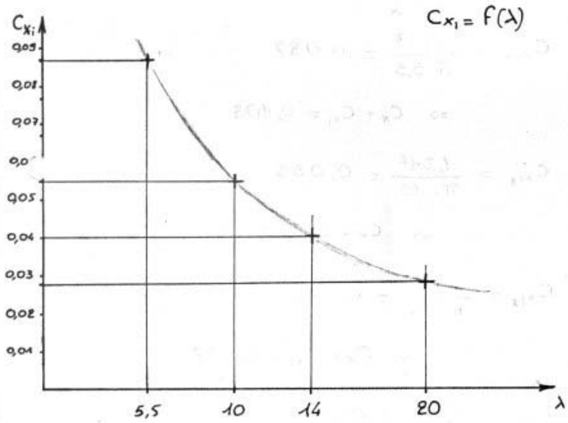
$$Cx_{i1} = \frac{1,23^2}{\pi.5,5} = 0,087$$
$$\Rightarrow Cx + Cx_i = 0,103$$

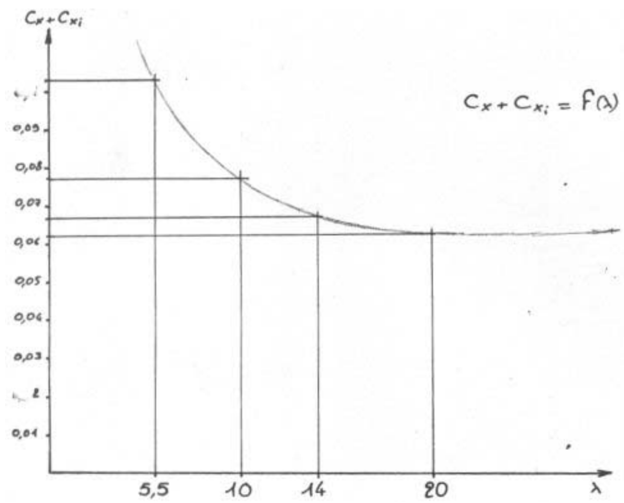
$$Cx_{i2} = \frac{1,31^2}{\pi.10} = 0,055$$
$$\Rightarrow Cx + Cx_i = 0,077$$

$$Cx_{i3} = \frac{1,33^2}{\pi.14} = 0,040$$
$$\Rightarrow Cx + Cx_i = 0,067$$

$$Cx_{i1} = \frac{1,32^2}{\pi.20} = 0,028$$
$$\Rightarrow Cx + Cx_i = 0,062$$







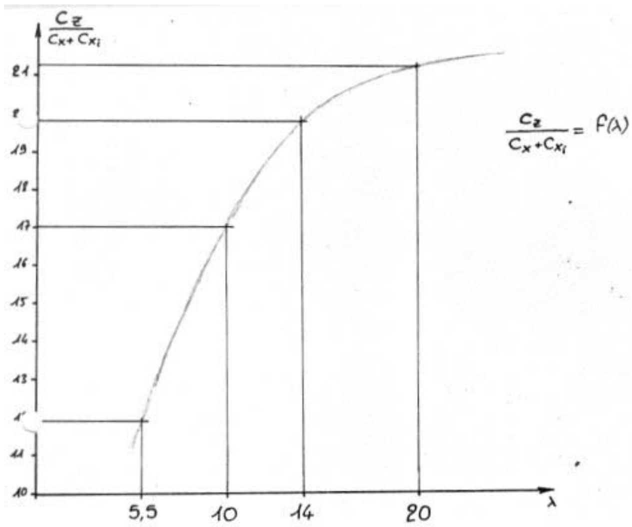
Cette courbe montre l'évolution du coefficient de traînée de l'aile entière ($Cx + Cx_i$: coefficient de traînée de profil + coefficient de traînée induite) ce dernier diminue quand λ augmente. Afin de trouver λ permettant de faire travailler l'aile à finesse max., il est nécessaire de faire intervenir le coefficient de portance Cz. La finesse max. de l'aile se traduira par le rapport $\frac{Cz}{Cx+Cx_i}$ max., nous allons donc tracer la courbe $\frac{Cz}{Cx+Cx_i} = f(\lambda)$

$$Cz = 1{,}23 \quad \Rightarrow Cx + Cx_i = 0{,}103 \quad \Rightarrow \frac{Cz}{Cx+Cx_i} = 11{,}94$$

$$Cz = 1{,}31 \quad \Rightarrow Cx + Cx_i = 0{,}077 \quad \Rightarrow \frac{Cz}{Cx+Cx_i} = 17{,}01$$

$$Cz = 1{,}33 \quad \Rightarrow Cx + Cx_i = 0{,}067 \quad \Rightarrow \frac{Cz}{Cx+Cx_i} = 19{,}85$$

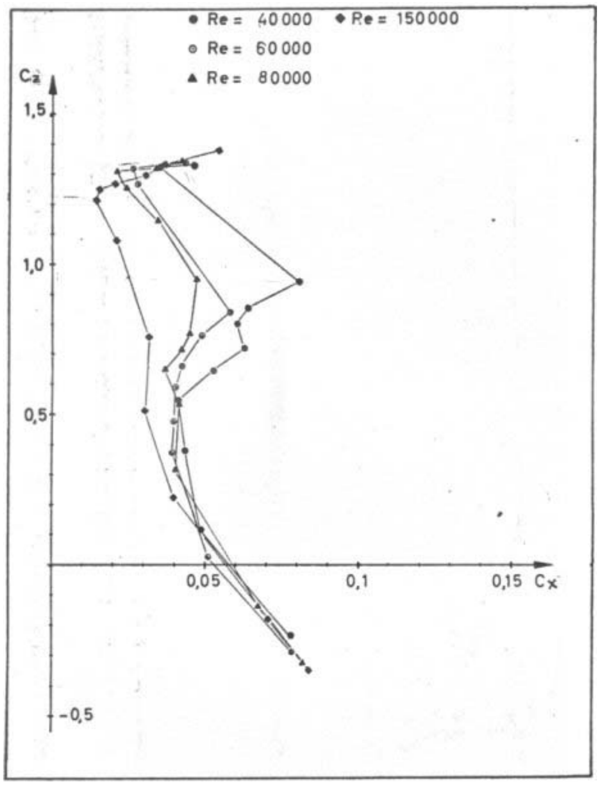
$$Cz = 1{,}32 \quad \Rightarrow Cx + Cx_i = 0{,}062 \quad \Rightarrow \frac{Cz}{Cx+Cx_i} = 21{,}29$$



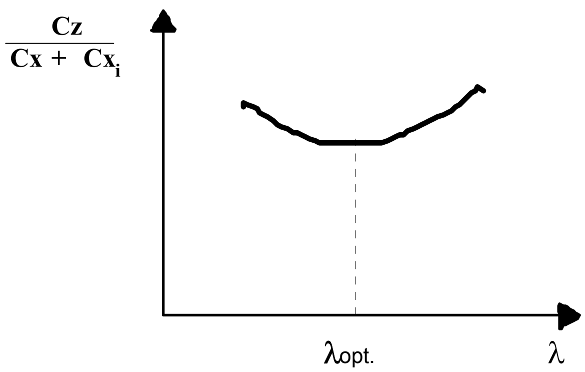
Théoriquement, d'après les courbes ainsi obtenues, il faudrait donc faire un allongement le plus grand possible. Toutefois ce raisonnement n'est valable que lorsque le planeur vole à finesse max., ce qui n'est pas toujours le cas. Pour obtenir l'allongement optimum dans un maximum de configuration de vol, il faut faire un compromis et donc retracer la série de courbes précédentes à partir d'un Cz (et donc d'un Cx) différent. Pour choisir ces valeurs, on utilise la polaire du profil.

Il faut cependant ne pas prendre des valeurs trop importante de λ car pour une envergure donnée, cela conduit à diminuer la corde, donc la surface et par conséquent la force de portance de l'aile, car Rz force de portance qui doit sustenter l'avion n'est pas seulement fonction de Cz mais aussi de S : $Rz = Cz.S.\rho.\frac{V^2}{2}$; Rz doit être égale au poids de l'avion; ceci conduit à déterminer une surface mini, ce que nous calculons avec la formule :

$$S = \frac{Rz.2}{Cz.V^2} \text{ avec } Rz = P$$



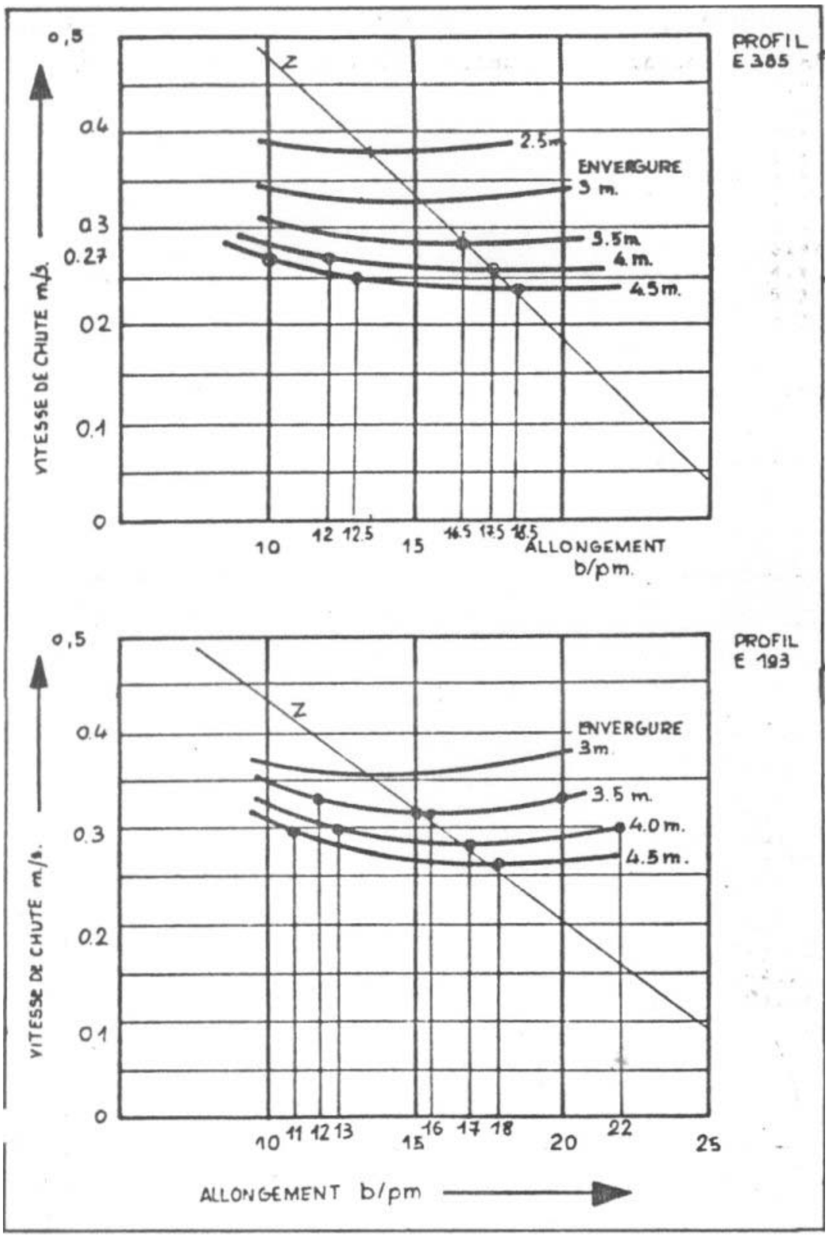
En effet , on s'aperçoit que dans la zone de Cz ≈ 1, le Cx varie énormément suivant le Re avec lequel on travaille. En fait, si l'on traçait la courbe $\frac{Cz}{Cx + Cx_i} = f(\lambda)$, nous obtiendrions une courbe qui aurait l'allure suivante :



qui nous donnerait par lecture directe λopt. (λ optimum).

Une autre méthode de calcul consiste à prendre les hypothèses suivantes :
• envergure donnée
• profil donné (2 essais E 193 - E 385)

- on se place en vitesse de chute mini; pour cela on utilise la courbe $\frac{Cz^3}{Cx^2}$ = f (Cz), dont les résultats ont été transformés en courbes [Vitesse de chute (en m/s) = f (λ)].



Conclusions, interprétation des résultats fournis par l'étude :

- L'allongement optimal est obtenu pour les valeurs de λ correspondant aux vitesses de chute les plus basses. On remarque que l'on peut tracer unes droite passant par tout ces points déterminés pour chaque envergure.
- Mais on remarque que pour les petites envergures, l'écart de performances varie peu si l'on s'écarte de l'allongement optimum.

Exemple : première courbe, profil E 385

- planeur de 2,5 m d'envergure

L'allongement optimal est de 13 et correspond à une vitesse de chute de 0,38 m/s

Un allongement de 10 à 17 n'augmente pas la vitesse de chute de plus de 0,01 m/s (0,39 m/s), ce qui représente un pourcentage de 2,6 %.

- planeur de 3 m

L'allongement optimal est de 15 et correspond à une vitesse de chute de 0,32 m/s
Cette vitesse n'augmente pas plus que 0,01 m/s (0,33 m/s) pour des allongements allant de 11 à 18, soit 3 %.

• planeur de 3,5 m
La courbe n'a plus une allure symétrique, c'est-à-dire qu'il est plus néfaste de trop diminuer l'allongement que de trop l'augmenter; en effet, l'allongement devient plus important sur Cx_i (traînée induite) que sur Cx (traînée du profil).

• planeur de 4 m
L'allongement idéal est 17,5; si on diminue cet allongement jusqu'à 12, on perd $\frac{0,27 - 0,255}{0,255} = 6$ % de performances en vitesse de chute.
Ce pourcentage n'est encore pas très important pour une telle diminution de l'allongement, et il faut se rendre compte que si on reste dans une fourchette d'allongement comprise entre 15 et 20, l'effet de l'allongement ne se fait pas sentir sur la vitesse de chute, car il y a équilibre entre les 2 phénomènes opposés qui interviennent, à savoir la variation de traînée induite et la variation des performances du profil.

Remarques :

• Pour réduire la traînée induite, on peut aussi agir sur la répartition de la portance le long de l'aile; on montre en effet que lorsque la répartition de portance est elliptique le long de l'envergure, la traînée induite est minimale.

• Ces considérations de traînée ne doivent pas être les seules à intervenir pour la détermination de l'allongement; en effet, si pour une envergure donnée, on augmente l'allongement, on réduit la corde donc l'épaisseur de l'aile, donc sa résistance et se posent alors les problèmes de résistance à la flexion.